Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătați că numărul complex $1+3i$ este soluție a ecuației $x^2-2x+10=0$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^2-mx+2$, unde $m\in\mathbb{R}$. Determinați numerele reale m pentru care graficul funcției f nu intersectează axa Ox.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x^2-x+6}=x\sqrt{3}$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să fie divizibil cu 9.

5p **5.** Se consideră pătratul $ABCD$ cu $AB=1$. Calculați modulul vectorului $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=4$, $AC=5$ și $A=\frac{\pi}{3}$. Calculați lungimea înălțimii din A a triunghiului ABC.

SUBIECTUL II (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} a & 2 & 1 \\ 2 & a & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} ax+2y+z=0 \\ 2x+ay+z=0 \\ x-y+3z=0 \end{cases}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(1))=-9$.

5p **b)** Determinați numerele reale a pentru care sistemul de ecuații are soluții nenule.

5p **c)** Pentru $a=-2$, arătați că sistemul de ecuații are două soluții de forma (x_0,y_0,z_0) cu proprietatea că $x_0^2+2y_0^2+3z_0^2=6$.

2. Pe mulțimea $G=(0,1)$ se definește legea de compoziție asociativă $x\circ y=\dfrac{xy}{2xy-x-y+1}$.

5p **a)** Arătați că $\frac{1}{2}$ este elementul neutru al legii „$\circ$”.

5p **b)** Demonstrați că orice element din mulțimea G este simetrizabil în raport cu legea „$\circ$”.

5p **c)** Determinați $x\in G$ pentru care $x\circ x\circ x=0,(1)$.

SUBIECTUL III **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{\ln x}{\ln(x+1)}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{(x+1)\ln(x+1)-x\ln x}{x(x+1)\ln^2(x+1)}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Determinați mulțimea B cu proprietatea că funcția $g:(0,+\infty)\to B$, $g(x)=f(x)$ este bijectivă.

2. Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\operatorname{arctg} 2x$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{2}{1+4x^2}$.

5p **a)** Arătați că funcția f este o primitivă a funcției g.

5p **b)** Demonstrați că orice primitivă a funcției f este funcție convexă.

5p **c)** Determinați primitiva F a funcției f cu proprietatea că $F\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{\pi}{8}$.